

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Тетюшский государственный колледж гражданской защиты»

УТВЕРЖДАЮ

Директор ГАПОУ

«Тетюшский государственный
колледж гражданской защиты»

«Тетюшский
колледж
гражданской
защиты»

Алешева Т.Ю.

Приказ № 179 от 14.09.2023г

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОП.01 МАТЕМАТИКА

по специальности

25.02.08 «Эксплуатация беспилотных авиационных систем»

Фонд оценочных средств разработан на основе:

- федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности:

25.02.08 «Эксплуатация беспилотных авиационных систем»

- рабочей программы учебной дисциплины ОП.02 Техническая механика;

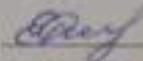
- локальных актов ГАПОУ «Тетюшский государственный колледж гражданской защиты».

Разработчик:

Минкина М.А., преподаватель математики ГАПОУ «Тетюшский государственный колледж гражданской защиты»

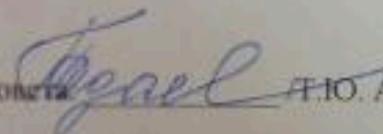
Мальгин В.Г., преподаватель математики ГАПОУ «Тетюшский государственный колледж гражданской защиты»

Рассмотрен и одобрен на заседании предметно-цикловой комиссии естественнонаучных дисциплин и математики ГАПОУ «Тетюшский государственный колледж гражданской защиты» протокол № 1, от 28.08.2023 г.

председатель ПЦК:  / Е.Г. Дороднова /

Рассмотрен педагогическим советом ГАПОУ «Тетюшский государственный колледж гражданской защиты»,

протокол № 1, от 28.08.2023 г.

председатель педагогического совета:  / Ф.Ю. Адаева /

1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

1.1. Общие положения

Фонд оценочных средства (ФОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины **ОП.01 МАТЕМАТИКА**

ФОС включают оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

1.2. Планируемые результаты освоения дисциплины

Содержание образовательной программы учебной дисциплины **ОП.01 МАТЕМАТИКА** обеспечивает достижение студентами следующих результатов освоения дисциплины подлежащих проверке

Содержание дисциплины должно быть ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей ОПОП по специальности 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем, и овладению общими и профессиональными компетенциями (ПК):

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

ПК 4.4. Осуществлять обработку данных, полученных от функционального оборудования, систем регистрации полетной информации, с целью соблюдения требований воздушного законодательства в области обеспечения безопасности полетов.

ПК 4.5. Осуществлять обработку информации, полученной от систем фото- и видеосъемки, систем специализированного навесного оборудования, системы мониторинга земной поверхности и воздушного пространства, систематизировать полученные данные и организовывать их хранение.

Личностные результаты реализации программы воспитания (<i>дескрипторы</i>)	Код личностных результатов реализации программы воспитания
Проявляющий сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности	ЛР 14

Проявляющий гражданское отношение к профессиональной деятельности как к возможности личного участия в решении общественных, государственных, общенациональных проблем	ЛР 15
Демонстрирующий уровень подготовки, соответствующий современным стандартам и передовым технологиям, потребностям регионального рынка.	ЛР 19
Сохраняющий традиции и поддерживающий престиж своей образовательной организации.	ЛР 20

1.3. Распределение оценивания результатов обучения

Результаты освоения дисциплины	Результаты освоения дисциплины направлены на формирование		Формы и методы оценки
	ОК и ПК	ЛР	
<p>Знания:</p> <p>значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ;</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; - основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; - основы интегрального и дифференциального исчисления 	ОК 01-06, ПК 4.4.,4.5	ЛР 14, ЛР 15, ЛР 19, ЛР 20	<p>Оценка результатов деятельности обучающихся при выполнении практических занятий</p> <p>Экзамен</p> <p>Выполнение индивидуальных заданий</p>
<p>Умения:</p> <p>решать прикладные задачи в области профессиональной</p>	ОК 01-06, ПК 4.4, 4.5.	ЛР 14, ЛР 15, ЛР 19, ЛР 20	

деятельности			
--------------	--	--	--

Код и наименование формируемых компетенций	Раздел/Тема	Контрольно-оценочные средства
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	Тема 2.1, Тема 2.2	Индивидуальная домашняя работа 1 Индивидуальная домашняя работа 2
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	Тема 1.1. Тема 6.3. Экзамен	Устный опрос
ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде	Тема 5.1.	Практическое задание
ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста	Тема 3.1. Тема 4.1. Тема 4.2. Тема 5.1. Экзамен	Практическая работа 3 Практическая работа 4 Практическая работа 5 Устный опрос
ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения	Тема 6.1. Тема 6.2. Тема 6.3. Тема 7.1. Экзамен	Практическая работа 6 Устный опрос оценка практической работы на занятии
ПК 4.4. Осуществлять обработку данных, полученных от функционального оборудования, систем регистрации полетной информации, с целью соблюдения требований воздушного законодательства в области обеспечения безопасности полетов.	Тема 1.1. Тема 1.2. Тема 4.1. Тема 4.2.	Практическая работа 1 Практическая работа 2 Практическая работа 4 Практическая работа 6
ПК 4.5. Осуществлять обработку информации, полученной от систем фото- и видеосъемки, систем специализированного навесного оборудования, системы мониторинга земной поверхности и воздушного пространства, систематизировать полученные данные и организовывать их хранение.	Тема 1.1. Тема 1.2. Тема 6.2. Тема 6.3.	Практическая работа 1 Практическая работа 2 Практическая работа 6

2. Фонды оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

2.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости

Практическая работа №1

Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: : отработка навыков в выполнении действий над к. ч. в алгебраической форме.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Конспект лекций по указанным темам.
2. Дорофеева А.В. МАТЕМАТИКА 3-е изд., пер. и доп. Учебник для СПО, 2020
3. Дорофеева А.В. МАТЕМАТИКА. СБОРНИК ЗАДАЧ 2-е изд. Учебно-практическое пособие для СПО, 2020

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

- изучить указанную литературу и необходимый теоретический минимум
- изучить конспект лекций по данной теме
- выполнить практическую часть работы и оформить отчёт.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

1. Практическая часть работы, содержащая: условия, решение, вспомогательные вычисления и ответ.

Задание

1. Вычислить в алгебраической форме.

1. $Z_1 + Z_2$

3. Z_5 / Z_6

5. $Z_5 + Z_6$

7. $Z_3 * Z_4$

2. Z_1^3

4. $Z_1 * Z_2$

6. Z_5^3

8. $Z_5 * Z_6$

<u>Вариант №</u>	<u>Данные комплексные числа</u>		
1	$Z_1 = 5 + 4j$ $Z_4 = 8,9 - 2,6j$	$Z_2 = -3 + 6j$ $Z_5 = -2$	$Z_3 = -2,5 - 4,3j$ $Z_6 = -4j$
2	$Z_1 = -5 + 3j$ $Z_4 = -5,2 - 2,5j$	$Z_2 = 2 + 6j$ $Z_5 = 3$	$Z_3 = 4,3 - 6,7j$ $Z_6 = -3j$

Критерии оценки контрольной работы:
выполнение 7 заданий — оценка «5»; 1
выполнение 5 заданий — оценка «4»; 1
выполнение 4 заданий — оценка «3»; 1
выполнение меньше 4 заданий — оценка «2»

Практическая работа №2

Тема «Определение погрешностей электроизмерительных приборов»

Цель работы: сформировать знания и умения определять погрешности электроизмерительных приборов и различия между классами точности.

Порядок выполнения работы:

1. Проработайте теоретический материал и ответьте на контрольные вопросы.
2. Ознакомьтесь с заданием и выполните его.
3. Оформите результаты работы.

Задание №1.

Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в строгом смысле; б) в широком смысле.

№ варианта	а)	б)		№ варианта	а)	б)
1	11,445	2,04		2	112,54	0,044

Задание №2.

Число x , все цифры которого верны в строгом смысле, округлить до трех значащих цифр. Для полученного результата $x_1 \approx x$ вычислить границы абсолютной и относительной погрешностей. В записи числа x_1 указать количество верных цифр по погрешности.

№ варианта	x		№ варианта	x
1	32,147		2	9,2038

Критерии оценки практической работы:

- «5» - полностью выполненные задания, без ошибок или с 1 ошибкой
- «4» - полностью выполненные задания, с 2-3 ошибками
- «3» - задания, выполненные наполовину
- «2» - задания, не выполненные или задания, выполненные меньше, чем наполовину

Практическая работа №3 по теме «Теория пределов»

Вариант 1

1. Вычислите пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 12x + 20}{x - 2}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^3 + 2}{5x^4 + 7x^2 + 3}$

Вариант 1

1. Вычислите пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 7x^3 - 152}{17 - x^3}$

Критерии оценок: Отметка "5" ставится, если работа выполнена безошибочно;

Отметка "4" ставится, если в работе допущены 1-2 ошибки и 1-2 недочета

Отметка "3" ставится, если в работе допущены 3-4 ошибки и 3-4 недочета;

Отметка "2" ставится, если в работе допущены 5 ошибок;

Практическая работа № 4 по теме «Производные функций»

Вариант 1

1. Найдите производные функций

а) $y = x + \sqrt{x+1}$

б) $y = x - \ln(1+x)$

в) $y = x^2 + \cos(x+5)$

г) $y = x^3 - e^{2x}$

2. Найдите производные функций

а) $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$

б) $y = 2x - \frac{1}{2} \ln(1+2x)$

в) $y = x - (x-3)^5$

г) $y = 2x^3 + e^{2x+1}$

Критерии оценки контрольной работы:

выполнение 4 заданий — оценка «5»;

выполнение 3 заданий — оценка «4»;

выполнение 2 заданий — оценка «3»;

выполнение меньше 2 заданий — оценка «2»

Практическая работа № 5 по теме «Интегралы»

Вариант 1

1. Вычислите неопределенный интеграл

$$\int \frac{x^2}{2x^3 + 3} dx$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: =

$$y = 9 - x^2, y = 0$$

Вариант 2

3. Вычислите неопределенный интеграл

$$\int \frac{x^3}{2x^4 + 5} dx$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: =

$$y = 4 - x^2, y = 0$$

Критерии оценок: Отметка "5" ставится, если работа выполнена безошибочно;

Отметка "4" ставится, если в работе допущены 1-2 ошибки и 1-2 недочета

Отметка "3" ставится, если в работе допущены 3-4 ошибки и 3-4 недочета;

Отметка "2" ставится, если в работе допущены 5 ошибок;

Практическая работа №6 по теме «Элементы комбинаторики и теории вероятностей»

Вариант 1

1. Флаги многих стран состоят из полос разного цвета. Сколько существует флагов, состоящих из двух горизонтальных полос разного цвета-белого, красного, синего?
2. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Вариант 2

1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,3,5,7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?
2. В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 7 спортсменов из России, 6 из Китая, 3 из Кореи, 4 из Японии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из России.

Критерии оценок: Отметка "5" ставится, если работа выполнена безошибочно, логически обоснован выбор формулы;

Отметка "4" ставится, если в работе допущены 1-2 ошибки или 1-2 недочета. .Выбор формулы верный.

Отметка "3" ставится, если выбор формулы обоснован и верно решена одна задача;

Отметка "2" ставится, если в формула выбрана неверно, либо нет обоснования, имеются более 2 х вычислительных ошибок.;

Индивидуальная домашняя работа №1
(вариант определяется по номеру в журнале, на странице Математика
“МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ”

ЗАДАНИЕ 1. Умножить матрицы:

1. а) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
2. а) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$
3. а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix};$
4. а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$
5. а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$
6. а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$
7. а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
8. а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$

9. a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$
10. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
11. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$
12. a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$
13. a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$
14. a) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}.$
15. a) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$
16. a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
17. a) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$

18. a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$
19. a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix};$
20. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$
21. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$
22. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$
23. a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
24. a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$
25. a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$
26. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 11 & -4 & 1 \\ -25 & 9 & -2 \\ 15 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix};$	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$

27. а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;	в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.
28. а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}$;	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
29. а) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$;	в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
30. а) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;	в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$.

ЗАДАНИЕ 2. Вычислить определители а, б, в – обязательны, г-дополнительно:

1. а) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 4 & 3 & -5 \\ -6 & -4 & 3 \end{vmatrix}$;	б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & 7 \end{vmatrix}$;	в) $\begin{vmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 2 & 6 & -2 \\ -3 & 3 & 6 \end{vmatrix}$;	г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$.
2. а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 8 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$;	б) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 7 \end{vmatrix}$;	в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$;	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.
3. а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$;	б) $\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$;	в) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$;	г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$.
4. а) $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 10 & 2 & 12 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$;	б) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 6 & -2 & -7 \end{vmatrix}$;	в) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$;	г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$.

5.	a) $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 7 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$
6.	a) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & -6 & 1 \end{vmatrix}.$
7.	a) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & 8 & 5 \\ 8 & 7 & 3 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & 9 \end{vmatrix}.$
8.	a) $\begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & 5 \\ 3 & -5 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}.$
9.	a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$
10.	a) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}.$
11.	a) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$
12.	a) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -4 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -3 & 7 & 6 \end{vmatrix}.$

13. a) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 7 & 49 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$
14. a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 81 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$
15. a) $\begin{vmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ -7 & 1 & 0 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \\ -3 & 4 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$
16. a) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 3 & 4 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 & -1 \\ 2 & 3 & -7 & 4 \\ 3 & 1 & 9 & -2 \\ 1 & -3 & -7 & 6 \end{vmatrix}.$
17. a) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 4 & 3 & -5 \\ -6 & -4 & 3 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & 7 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 2 & 6 & -2 \\ -3 & 3 & 6 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}.$
18. a) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 8 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 7 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$
19. a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}.$
20. a) $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 10 & 2 & 12 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 6 & -2 & -7 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}.$

21. a) $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 7 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$
22. a) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & -6 & 1 \end{vmatrix}.$
23. a) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & 8 & 5 \\ 8 & 7 & 3 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & 9 \end{vmatrix}.$
24. a) $\begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & 5 \\ 3 & -5 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}.$
25. a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$
26. a) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}.$
27. a) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$
28. a) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -4 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -3 & 7 & 6 \end{vmatrix}.$

29. а) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 7 & 49 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$
30. а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 81 \end{vmatrix};$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix};$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix};$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$

ЗАДАНИЕ 3. Найти обратные матрицы для матриц:

1. а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$	2. а) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$
3. а) $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$	4. а) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$
5. а) $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$	6. а) $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$
7. а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$	8. а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$
9. а) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$	10. а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$
11. а) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & -6 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$	12. а) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 8 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$
13. а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}.$	14. а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};$	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$

15. а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.	16. а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.
17. а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.	18. а) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.
19. а) $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.	20. а) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.
21. а) $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.	22. а) $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.
23. а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.	24. а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.
25. а) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.	26. а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.
27. а) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & -6 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.	28. а) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
29. а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$.	30. а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$;	б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Критерии оценки:

Всего задний 9: 1-а,б,в; 2-а,б,в,г; 3 –а,б.

«5» — оформлена по образцу, предложенному преподавателем; работа выполнена безошибочно или в работе допущены 1–2 негрубые вычислительные ошибки, но выполнено дополнительное задание 2(г);

«4» — оформлена по образцу, предложенному преподавателем; в работе допущены 1 грубая и 1–2 негрубые вычислительные ошибки;

«3» — в работе допущены 2–3 грубые или 3 и более негрубые ошибки;

«2» — если в работе допущены 4 и более грубых ошибок. 2

Образец выполнения индивидуальной домашней работы № 1

“МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ”

1) Вычислить определители

$$\text{a) } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Решение. Этот определитель вычислим по правилу диагоналей. Приписываем справа к определителю первый и второй столбцы. Перемножаем элементы, стоящие на главной диагонали и складываем это произведение с аналогичными произведениями элементов, стоящих на диагоналях, параллельных главной. Затем к произведению элементов, стоящих на побочной диагонали, прибавляем аналогичные произведения элементов, стоящих на диагоналях, параллельных побочной. Затем от первой суммы вычитаем вторую. Это и будет искомым определитель.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 4 & 5 & 6 & 4 & 5 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 7 & 8 & 9 & 7 & 8 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \\ &= (1 \cdot 5 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \cdot 8) - (3 \cdot 5 \cdot 7 + 1 \cdot 6 \cdot 8 + 2 \cdot 4 \cdot 9) = \\ &= (45 + 84 + 96) - (105 + 48 + 72) = 225 - 225 = 0 \end{aligned}$$

Ответ: $\Delta = 0$.

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = ?$$

Решение. Решение найдем разложением по первому столбцу, но сначала с помощью свойств определителя сделаем нули в этом столбце везде кроме элемента, равного минус единице.

Для этого элементы **второй** строки умножим на два и прибавим к соответствующим элементам **первой** строки; элементы **второй** строки прибавим к соответствующим элементам **третьей** строки; элементы **второй** строки умножим на два и прибавим к соответствующим элементам **четвертой** строки. Эти действия записываем так:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} \stackrel{(2)}{=} \begin{vmatrix} 0 & 4 & 3 & 5 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 4 & 1 \\ 0 & 8 & 7 & 7 \end{vmatrix} = (-1)(-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 8 & 7 & 7 \end{vmatrix}.$$

Разложив определитель 4-го порядка по 1-му столбцу, свели его вычисление к нахождению одного определителя 3-го порядка, который можно вычислить по правилу диагоналей, разобранному выше. Можно дальше применить свойства определителя и свести этот определитель к одному определителю 2-го порядка. Продолжаем делать нули теперь уже во второй строке, умножая элементы третьего столбца на (-4) и прибавляя к первому и второму столбцам:

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 1 \\ 8 & 7 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -16 & -17 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \\ -20 & -21 & 7 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -16 & -17 \\ -20 & -21 \end{vmatrix} = -(16 \cdot 21 - 20 \cdot 17) = -(336 - 340) = 4.$$

$\begin{matrix} \nearrow \\ \nearrow \end{matrix}$

 $\begin{matrix} (-4) \\ (-4) \end{matrix}$

Ответ: $\Delta = 4$.

2) Умножить матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} (1) & [2] \\ \dots & \dots \\ (3) & [4] \\ \dots & \dots \\ (5) & [6] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (1) & (2) \\ [3] & [4] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1) \cdot (1) + [2] \cdot [3] & (1) \cdot (2) + [2] \cdot [4] \\ (3) \cdot (1) + [4] \cdot [3] & (3) \cdot (2) + [4] \cdot [4] \\ (5) \cdot (1) + [6] \cdot [3] & (5) \cdot (2) + [6] \cdot [4] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \\ 23 & 34 \end{pmatrix}.$$

$\begin{matrix} 3 \times 2 & 2 \times 2 & 3 \times 2 \end{matrix}$

Решение. Произведение матриц получили, умножая элементы строк первой матрицы на соответствующие элементы столбцов второй матрицы и складывая их.

Ответ: $C = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \\ 23 & 34 \end{pmatrix}.$

3) Найти обратные матрицы:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix}.$

Решение. Сначала находим $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$; $\Delta \neq 0$, значит, существует

матрица A^{-1} . Находим алгебраические дополнения:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix} = 4; \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2; \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -3;$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1; \quad A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$

Индивидуальная домашняя работа № 2

“СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ”

ЗАДАНИЕ 1. Решить системы по формулам Крамера:

<p>1. а) $\begin{cases} x - 2y - z = -5 \\ x + 2y - 2z = 2 \\ 3x + y - 4z = -2 \end{cases}$;</p>	<p>б) $\begin{cases} x - 2y + z = -2 \\ x + 2y + 2z = 1 \\ 3x + y + 4z = 0 \end{cases}$</p>
<p>2. а) $\begin{cases} 2x + y - z = 7 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \\ x - y - z = 4 \end{cases}$;</p>	<p>б) $\begin{cases} 2x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 7 \\ 3x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$</p>
<p>3. а) $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = -4 \\ x + 2y + z = 5 \\ 3x + z = -1 \end{cases}$;</p>	<p>б) $\begin{cases} x + 3y - z = -2 \\ 2x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 4 \end{cases}$</p>

4. a) $\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y - 4z = 12 \end{cases} ;$	б) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - y - z = -1. \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$
5. a) $\begin{cases} x + 3y + 3z = 11 \\ x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 3y - z = 1 \end{cases} ;$	б) $\begin{cases} 3x - 2z = 11 \\ 2x - 2y + 3z = 3. \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$
6. a) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 3 \\ 4x + 2y + 5z = 5; \\ 3x + 4y + 7z = 2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 6y + z = 2. \\ 4x + 8y - z = 2 \end{cases}$
7. a) $\begin{cases} 2x + 4y + z = 4 \\ 3x + 6y + 2z = 4; \\ 4x - y - 3z = 1 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 4x + y + 4z = 9 . \\ 3x + 5y + 2z = 10 \end{cases}$
8. a) $\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1; \\ 5x - 6y + 4z = 3 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11. \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$
9. a) $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2; \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 . \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$
10. a) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5; \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 . \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$
11. a) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5; \\ x + y + z = 3 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + y - 2z = -3 \\ 5x - 2y + 7z = 22. \\ 2x - 5y + 4z = 4 \end{cases}$
12. a) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5; \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ x - y + z = 0 . \\ x + 3y - z = -2 \end{cases}$

13. a) $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1; \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ 3x - z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases} .$
14. a) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3; \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + 3y - z = -3 \\ 4x + y + 3z = 9 \\ x + y + z = 2 \end{cases} .$
15. a) $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2; \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - 4y + z = 3 \\ x - 5y + 3z = -1. \\ x - y + z = 1 \end{cases}$
16. a) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3; \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 5x + y + 3z = 14. \\ 2x + y + 2z = 5 \end{cases}$
17. a) $\begin{cases} x - 2y - z = -5 \\ x + 2y - 2z = 2 ; \\ 3x + y - 4z = -2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x - 2y + z = -2 \\ x + 2y + 2z = 1 . \\ 3x + y + 4z = 0 \end{cases}$
18. a) $\begin{cases} 2x + y - z = 7 \\ 2x - 2y + 3z = 3; \\ x - y - z = 4 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 7. \\ 3x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$
19. a) $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = -4 \\ x + 2y + z = 5 ; \\ 3x + z = -1 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 3y - z = -2 \\ 2x + 2y - z = 1 . \\ 2x + 3y + 3z = 4 \end{cases}$
20. a) $\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 ; \\ 3x - y - 4z = 12 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - y - z = -1. \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$
21. a) $\begin{cases} x + 3y + 3z = 11 \\ x - 2y + 3z = 1 ; \\ 3x + 3y - z = 1 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x - 2z = 11 \\ 2x - 2y + 3z = 3. \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$

22. а) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 3 \\ 4x + 2y + 5z = 5; \\ 3x + 4y + 7z = 2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 6y + z = 2. \\ 4x + 8y - z = 2 \end{cases}$
23. а) $\begin{cases} 2x + 4y + z = 4 \\ 3x + 6y + 2z = 4; \\ 4x - y - 3z = 1 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 4x + y + 4z = 9. \\ 3x + 5y + 2z = 10 \end{cases}$
24. а) $\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1; \\ 5x - 6y + 4z = 3 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11. \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$
25. а) $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2; \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1. \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$
26. а) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5; \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3. \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$
27. а) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5; \\ x + y + z = 3 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + y - 2z = -3 \\ 5x - 2y + 7z = 22. \\ 2x - 5y + 4z = 4 \end{cases}$
28. а) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5; \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ x - y + z = 0. \\ x + 3y - z = -2 \end{cases}$
29. а) $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1; \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ 3x - z = 0. \\ x + y + z = 2 \end{cases}$
30. а) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3; \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + 3y - z = -3 \\ 4x + y + 3z = 9. \\ x + y + z = 2 \end{cases}$

Задание 2. Решить системы методом Гаусса:

$$1. \quad a) \begin{cases} x + y - z = 3 \\ x + y + z = 1; \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$2. \quad a) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 3y + 4z = 3 \quad ; \\ 4x - 11y + 10z = 5 \end{cases}$$

$$3. \quad a) \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 4y + 6z = 2; \\ 3x + 6y + 9z = 3 \end{cases}$$

$$4. \quad a) \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 \quad ; \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$5. \quad a) \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + 3y - z = 3; \\ 4x - y + z = 11 \end{cases}$$

$$6. \quad a) \begin{cases} x - 2y - 3z = -3 \\ x + 3y - 5z = 0 \quad ; \\ 3x + y - 13z = -6 \end{cases}$$

$$7. \quad a) \begin{cases} x + 2y - 6z = 5 \\ 2x - y + 3z = -7 \quad ; \\ 5x + 5y - 15z = 8 \end{cases}$$

8. a)
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 3y + 4z = 3 \\ 4x - 11y + 10z = 5 \end{cases} ;$$

8.

9. a)
$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ x + 3y - z = 1 \\ 3x + 4y - z = 5 \end{cases} ;$$

10. a)
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -7 \\ x + 2y - 6z = -1 \\ -x + 5y - 15z = 8 \end{cases} ;$$

11. a)
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 2y - 4z = 2 \\ 5x - 2y + 2z = 4 \end{cases} ;$$

12. a)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5 \\ 2x - y + 5z = 12 \end{cases} ;$$

13. a)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases} ;$$

14. a)
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = -1 \\ 7x + 6y + 5z = 5 \\ 5x + 4y + 3z = 2 \end{cases} ;$$

$$15. \text{ a) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5 ; \\ 2x - y + 5z = 12 \end{cases}$$

$$16. \text{ a) } \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ x + 3y - z = 1 ; \\ 3x + 4y - z = 5 \end{cases}$$

$$17. \text{ a) } \begin{cases} x + y - z = 3 \\ x + y + z = 1 ; \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$18. \text{ a) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 3y + 4z = 3 ; \\ 4x - 11y + 10z = 5 \end{cases}$$

$$19. \text{ a) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 4y + 6z = 2 ; \\ 3x + 6y + 9z = 3 \end{cases}$$

$$20. \text{ a) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 ; \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$21. \text{ a) } \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + 3y - z = 3 ; \\ 4x - y + z = 11 \end{cases}$$

$$22. \text{ a) } \begin{cases} x - 2y - 3z = -3 \\ x + 3y - 5z = 0 \\ 3x + y - 13z = -6 \end{cases} ;$$

$$23. \text{ a) } \begin{cases} x + 2y - 6z = 5 \\ 2x - y + 3z = -7 \\ 5x + 5y - 15z = 8 \end{cases} ;$$

$$24. \text{ a) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 3y + 4z = 3 \\ 4x - 11y + 10z = 5 \end{cases} ;$$

$$25. \text{ a) } \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ x + 3y - z = 1 \\ 3x + 4y - z = 5 \end{cases} ;$$

$$26. \text{ a) } \begin{cases} 2x - y + 3z = -7 \\ x + 2y - 6z = -1 \\ -x + 5y - 15z = 8 \end{cases} ;$$

$$27. \text{ a) } \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 2y - 4z = 2 \\ 5x - 2y + 2z = 4 \end{cases} ;$$

$$28. \text{ a) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5 \\ 2x - y + 5z = 12 \end{cases} ;$$

$$29. \text{ а) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases};$$

$$30. \text{ а) } \begin{cases} 3x + 2y + z = -1 \\ 7x + 6y + 5z = 5; \\ 5x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

Критерии оценки:

Всего заданий 2:

«5» — оформлена по образцу, предложенному преподавателем; работа выполнена безошибочно или в работе допущены 1–2 негрубые вычислительные ошибки;

«4» — оформлена по образцу, предложенному преподавателем; в работе допущены 1 грубая и 1–2 негрубые вычислительные ошибки;

«3» — в работе допущены 2–3 грубые или 3 и более негрубые ошибки;

«2» — если в работе допущены 4 и более грубых ошибок. 2

Образец выполнения контрольной работы № 2 “СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ”

1) Решить систему матричным способом:
$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1. \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

Решение. Пусть $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$. Тогда данную систему можно

записать в виде матричного уравнения $AX = B$. Решаем его, домножая слева на обратную матрицу: $A^{-1}AX = A^{-1}B \Rightarrow EX = A^{-1}B$. Отсюда получаем решение $X = A^{-1}B$. Найдем сначала A^{-1} .

$$\Delta_A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} \downarrow = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 3 \underset{(-)}{(-1)}^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 3(-1)(0 - (-2)) = -6.$$

($\Delta_A \neq 0$, значит $A^{-1} \exists$).

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 2 = -2$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = -(0 - (-2)) = -2$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 1 = 0$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(0 - (-1)) = -1,$$

$$A_{22} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -(-1 - 2) = 3, \quad A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 1 = -5,$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -(-2 + 1) = 1 \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 2 = 3$$

Составляем обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{-6} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 3 \\ -5 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \\ 5 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Найдем

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \\ 5 & -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 0 \cdot (-3) \\ 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + (-3) \cdot (-3) \\ 5 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + (-3) \cdot (-3) \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$\text{т. е. } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка. Подставим найденное решение в исходную систему: $1 - 2 + 3 = 2$ (истина), $2 \cdot 1 + 2 - 3 = 1$ (истина), $1 - 2 \cdot 2 = -3$ (истина).

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

2) Решить систему методом Крамера.

Возьмем эту же систему и решим её с помощью определителей.

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - 2y = -3 \end{cases}, \text{ запишем определитель системы } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -6 \quad (\text{найден})$$

Заменяем в Δ столбец коэффициентов при x на столбец правых частей

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{(-)} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 3 \underset{(-)}{(-1)}^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 3(-)(0+2) = -6.$$

Заменяем в Δ столбец коэффициентов при y на столбец правых частей

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 1 \underset{(+)}{(-1)}^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -9 - 3 = -12$$

Заменяем в Δ столбец коэффициентов при z на столбец правых частей

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{(-2)} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & -7 \end{vmatrix} = (-1) \underset{(-)}{(-1)}^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -7 \end{vmatrix} = -21 + 3 = -18.$$

По формулам Крамера получаем решение

$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-6}{-6} = 1 \\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-12}{-6} = 2 \\ z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \\ z = 3 \end{cases}$$

3) Решить системы методом Гаусса:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

Выписываем расширенную матрицу $B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \end{array} \right)$ и с помощью элементарных

преобразований приводим ее или к треугольному виду, или к виду трапеции (как получится).

$$B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \end{array} \right) \begin{matrix} \xrightarrow{(-2)} \\ \xrightarrow{(-1)} \end{matrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \end{array} \right) \begin{matrix} \xrightarrow{(3)} \\ \xrightarrow{(-1)} \end{matrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \end{array} \right) \begin{matrix} \xrightarrow{(3)} \\ \xrightarrow{(-1)} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & -6 & -18 \end{array} \right) \begin{matrix} \text{ : } (-1) \\ \text{ : } (-6) \end{matrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right). \quad rA = 3, rB = 3 \Rightarrow r = 3.$$

Так как число неизвестных $n = 3$ и равно рангу системы, система имеет единственное решение. По полученной матрице восстанавливаем систему уравнений. Идя снизу вверх, получаем

$$\text{это решение: } \begin{cases} x - y + z = 2 \\ y + z = 5 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Из последнего уравнения $z = 3$, с помощью второго находим $y = 5 - z = 5 - 3 = 2$. Подставляя в первое уравнение найденные $y = 2$ и $z = 3$, находим $x = 2 + y - z = 2 + 2 - 3 = 4 - 3 = 1$.

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \\ z = 3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \\ x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(-2) \\ (-1)}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

$rA = 2$, $rB = 3$. Следовательно, по теореме Кронекера-Капелли система несовместна (т. е. не имеет решения). Выпишем уравнение, соответствующее последней строке полученной матрицы: $0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z = 2$, что невозможно.

Ответ: система не имеет решения.

$$в) \begin{cases} 3x - 2y + z = -1 \\ -2x + y - 2z = 2 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

Записываем расширенную матрицу:

$$B = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(-2) \\ (-3)}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{(-3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -4 \end{array} \right) \xrightarrow{(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$rA = rB = 2$. Отсюда следует, что система совместна.

Число неизвестных $n = 3 > r = 2$. Следовательно, система имеет бесконечное множество решений: $n - r = 3 - 2 = 1$. Отсюда система имеет одну свободную переменную, пусть это будет Z , тогда x, y – базисные (базисных неизвестных столько, каков ранг системы, т. е. сколько ненулевых строк остается в последней матрице).

Запишем систему, соответствующую полученной матрице:
$$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ y + 4z = -4 \\ z = z \end{cases}$$

Следовательно, идя снизу вверх, выражаем базисные неизвестные через свободную Z . Из второго уравнения выражаем $y = -4 - 4z$, из первого уравнения

$$x = y + z + 1 = (-4 - 4z) + z + 1 = -4 - 4z + z + 1 = -3 - 3z.$$

$$\text{Общее решение: } \begin{cases} x = -3 - 3z \\ y = -4 - 4z \\ z = z \end{cases}$$

Из общего решения можно получить любое частное решение. Пусть $z = -2$, тогда получим частное решение: $x = -3 - 3(-2) = -3 + 6 = 3$; $y = -4 - 4(-2) = -4 + 8 = 4$.

$$\text{Частное решение: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \\ z = -2 \end{cases}$$

Выполним проверку общего решения. Для этого подставим найденные выражения x, y, z в уравнения исходной системы:

$$1) \quad 3(-3 - 3z) - 2(-4 - 4z) + z = -1$$

$$\underline{-9} - \underline{9z} + \underline{8} + \underline{8z} + \underline{z} = -1 \quad -1 = -1 \quad (\text{истина})$$

$$2) \quad -2(-3 - 3z) + (-4 - 4z) - 2z = 2$$

$$\underline{6} + \underline{6z} - \underline{4} - \underline{4z} - \underline{2z} = 2 \quad 2 = 2 \quad (\text{истина})$$

$$3) \quad (-3 - 3z) - (-4 - 4z) - z = 1$$

$$\underline{-3} - \underline{3z} + \underline{4} + \underline{4z} - \underline{z} = 1 \quad 1 = 1 \quad (\text{истина})$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = -3 - 3z \\ y = -4 - 4z \\ z = z \end{cases}$$

Экзаменационные задания по дисциплине «Математика» 3 курс,
специальность «Эксплуатация беспилотных авиационных систем» в 2024-25 уч. году

Вариант 1.

Задание 1. Найти неопределенный интеграл

а) $\int \frac{x^2}{2x^3 + 3} dx$ б) $\int (3x + 7) \cos 5x dx$

Задание 2. Решить систему трех уравнений с тремя неизвестными по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1, \\ 3x + y - 2z = -4, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

Задание 3. Вычислите предел

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x + 4x^2}$

Задание 4. Вычислить интеграл: а) $\int_1^3 \left(x^2 + \frac{3}{x}\right) dx$; б) $\int_{-\frac{4}{3}}^{\frac{4}{3}} (3x^3 + 4x) dx$

Задание 5. Найдите производную функции: а) $f(x) = 5^{3x-4}$;

б) $f(x) = \sin(4x-7)$;

в) $f(x) = \sqrt{3x+2}$;

Задание 6. Даны комплексные числа, $z_1 = 13 + i$, $z_2 = 7 - 6i$.

Найдите их сумму, произведение и частное в алгебраической форме

Задание 7. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$6x dx - 6y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx.$$

**Экзаменационные задания по дисциплине «Математика» 3 курс,
специальность «Эксплуатация беспилотных авиационных систем» в 2024-25 уч. году**

Вариант 2.

Задание 1. Найдите неопределенный интеграл

а) $\int x e^{x^2+1} dx$ б) $\int x \sin 8x dx$

Задание 2. Решить систему трех уравнений с тремя неизвестными по формулам Крамера

$$\begin{cases} x - 3y + z = 2, \\ 2x + y + 3z = 3, \\ 2x - y - 2z = 8. \end{cases}$$

Задание 3. Вычислите предел

а) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 6}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7x + 2}{6 - x - x^2}$

Задание 4. Вычислить интеграл: а) $\int_1^2 \left(x + \frac{2}{x}\right) dx$;

б) $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} (3x^3 - 2x) dx$

Задание 5. Найдите производную функции: а) $f(x) = 4^{2x-1}$;

б) $f(x) = \cos(4x+5)$;

в) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1}$;

Задание 6. Даны комплексные числа, $z_1 = 5 + 2i$, $z_2 = 2 - 5i$

Найдите их сумму, произведение и частное в алгебраической форме.

Задание 7. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0.$$

Критерии оценки экзаменационной работы:

Отметка «5» ставится, если: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, расчетах (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, расчетах, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если: допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Отметка «1» ставится, если: работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Основная литература

МАТЕМАТИКА 8-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум для СПО	https://urait.ru/bcode/469417	Шипачев В. С. ; Под ред. Тихонова А. Н.
МАТЕМАТИКА 4-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум для СПО	https://urait.ru/bcode/469708	Павлюченко Ю. В., Хассан Н. Ш. ; Под общ. ред. Павлюченко Ю. В.
МАТЕМАТИКА 2-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум для СПО	https://urait.ru/bcode/470026	Баврин И. И.

Дополнительная литература

МАТЕМАТИКА. Учебник и практикум для СПО	https://urait.ru/bcode/469860	Седых И. Ю., Гребенщиков Ю. Б., Шевелев А. Ю.
МАТЕМАТИКА 5-е изд., пер. и доп. Учебник для СПО	https://urait.ru/bcode/469433	Богомолов Н. В., Самойленко П. И.
МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ В 2 Ч. ЧАСТЬ 1 2-е изд., испр. и доп. Учебное пособие для СПО	https://urait.ru/bcode/470790	Богомолов Н. В.
МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ В 2 Ч. ЧАСТЬ 2 2-е изд., испр. и доп. Учебное пособие для СПО	https://urait.ru/bcode/470791	Богомолов Н. В.
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ В 2 Ч. ЧАСТЬ 1 11-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для СПО	https://urait.ru/bcode/470650	Богомолов Н. В.
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ В 2 Ч. ЧАСТЬ 2 11-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для СПО	https://urait.ru/bcode/470651	Богомолов Н. В.
МАТЕМАТИКА. Учебник для СПО	https://urait.ru/bcode/470067	Под общ. ред. Татарникова О. В.
МАТЕМАТИКА. ПРАКТИКУМ. Учебное пособие для СПО	https://urait.ru/bcode/470068	Под общ. ред. Татарникова О. В.
МАТЕМАТИКА 3-е изд., пер. и доп. Учебник для СПО	https://urait.ru/bcode/449047	Дорофеева А. В.
МАТЕМАТИКА. СБОРНИК ЗАДАЧ 2-е изд. Учебно- практическое пособие для СПО	https://urait.ru/bcode/449051	Дорофеева А. В.
МАТЕМАТИКА ДЛЯ КОЛЛЕДЖЕЙ 10-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для СПО	https://urait.ru/bcode/469282	Кремер Н. Ш., Константинова О. Г., Фридман М. Н. ; Под ред. Кремера Н.Ш.